# Gliederung

Gut zu wissen	2	Satz v. d. totalen Ableitung	87-89
Grundsätzliches	3	Höhenlinien/ Isoquanten	90-95
Ableitungsregeln	4-13	Implizites Differenzieren	96-98
Kombinatorik	14-19	GRS & Substitutionelast.	99 -102
Finanzmathematik	20-30	Hesse-Matrix	103 -104
Lineare Algebra	31-71	Krümmung v. Funktionen	105- 107
- Matrizen / Vektoren	31-32	Lok. Extrema o. Nebenbed.	108- 112
- Rechnen mit Matrizen	33-36	Absolute- und Randextrema	113- 117
- Transponieren	37	Lagrangeverfahren	118- 124
- Länge eines Vektors	37	Eliminationsmethode	125- 126
- Skalarprodukt	37-38	Integrale: Grundlagen	127- 128
- Lineare Gleichungsysteme	39-48	Integrale: Basisregeln	129- 130
- Uabhängigkeit Vektoren	49-57	Integrale: Potenzregel	131
- Rang einer Matrix	58-62	Integrale: Part. Integration	132-134
- Inverse Matrix	63-67	Integrale: Subsititution	135-139
- Rechenregeln	68-71	Flächenberechnung	140-142
Partielle Ableitungen	72-74	Uneigentliche Integrale	143-148
Gradient	75	Doppelintegrale	149-153
Jacobi-Matrix	76	Integrationsgebiete	154-157
Totales-/ Part Differential	77-79	Schlussbemerkung	158
Part. Elast.  Skalenelast.  Homogenität	80-86		



#### Gut zu wissen

Viele Wege führen nach Rom. Aber mit einem Partner an deiner Seite, der den Weg bereits kennt, fällt vieles leichter.

Ich bin "Tim" von "iexplain" und wenn du willst, begleite ich dich bei deiner Prüfungsvorbereitung auf das Modul "Mathematische Methoden".

Ich kenne deinen Prüfer seitdem er an der Uni Köln doziert. Entsprechend präzise kann ich dich auf die bevorstehende Klausur einstellen.

Ich werde dich auch immer wieder motivieren, denn du mal durchhängst. Denn das wird so sein, vor allem dann, wenn "Mathe" bisher eh nicht so dein Ding war.

Denke daran, deine Prüfungsvorbereitung beginnt bereits am 1. Tag. Inhaltlich und vor allem auch strategisch. Gerade auch im Hinblick auf die Themen, die du für deine Klausur tatsächlich brauchst. Zeitmanagement geht besonders gut, wenn man direkt das "Richtige" tut.

Ich werde mit dir daher von Beginn an nur die Themen besprechen, die wirklich wichtig sind. Du wirst daher einen Unterschied zu den universitären Veranstaltungen bzgl. Reihenfolge und Gewichtung der Themen direkt bemerken.

Und: Wundere dich nicht, wenn ich gelegentlich die Themen in einer leicht geänderten Reihenfolge bearbeite. Aber legen wir mal los:



#### Grundsätzliches

#### **Grundlagen**

In den ersten Vorlesungen werden Grundlagen der Mathematik behandelt. Beachte bitte, dass nur ein Teil dieser Grundlagen wirklich wichtig ist für deine Prüfung. Und um genau die geht es.

Wie wäre es, wenn wir Grundlagen direkt mit Blick auf die Klausur wiederholen? Und erst später das eine oder andere ergänzen, wenn wir gerade eine ehemalige Klausuraufgabe bearbeiten und dabei Grundlagenwissen benötigen?

Überhaupt stehen Klausuraufgaben stets im Vordergrund und zwar von Beginn an. Denn genau darum geht es am Tag X deiner Klausur.

#### Literatur

Brauchst du zum Lernen erstmal nicht. Also spare dir das Geld. Vieles bekommt du auch online und dann i. d. R. auch kostenlos.

## Formelsammlung/ Taschenrechner

Du bekommst eine Formelsammlung vom Prüfer gestellt. Du wirst aber feststellen, dass diese nur "ein wenig" hilfreich ist. Eine Vorlage mit den wichtigsten Formeln erhältst du im Laufe des Kurses auch von mir. Ein Taschenrechner ist in der Klausur erlaubt. Details dazu und zur Klausur erhältst du vom Prüfer bzw. vom Prüfungsamt.

So, das war's schon. Alles weitere zum richtigen Zeitpunkt. Wir starten jetzt mit Lektion 1. Hier geht es um das wichtigste Grundlagenthema überhaupt, um die Ableitungsregeln

## Die Ableitungsregeln

Willst du die Klausur bestehen, musst du die Ableitungsregeln beherrschen. Die Ableitungsregeln gehören daher zu den wenigen Grundlagen, die du bereits zu Beginn des Semesters trainieren musst.

**Wichtig**: Arbeite diese Lektion sorgfältig durch und stelle sicher, dass du die Regeln wirklich beherrscht. Du schaffst dir damit bereits die Grundvoraussetzung, um ca. 60% der bevorstehenden Klausuraufgaben bearbeiten zu können.

**Beachte**: Alles aus dieser Lektion ist wichtig für deine Klausur! Auch wenn es mal nicht direkt um Ableitungen geht.

## Übrigens:

"Ableiten" = "Differenzieren"

### **Der Umgang mit Konstanten**

• Mit "+" oder "-" verknüpfte Konstanten müssen beim Ableiten nicht berücksichtigt werden:

Die Ableitung von  $f(x) = x^2 + 2$  ist identisch zu der Ableitung von  $g(x) = x^2$ .

- Mit " \* ", also multiplikativ verknüpfte Konstanten bleiben beim Differenzieren einfach als Faktor stehen:
   f(x)= 2 · x², dann ist f'(x) = 2 · der Ableitung von x².
- Summen (oder Differenzen) werden differenziert, indem man die Ableitungen der einzelnen Summanden addiert (subtrahiert):  $(f\pm g)'=f'\pm g'$

### **Der Umgang mit Potenzen (die Potenzregel)**

• Wird verwendet, wenn die Funktion die Form  $f(x) = x^n$  besitzt:

$$f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

Dabei wichtig (!!) (sofern die Voraussetzungen erfüllt sind):

(1) 
$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$$
, (2)  $\frac{a}{x^n} = a \cdot x^{-n}$ 

## Im Übrigen:

Willst du eine Funktion f(x) nach ihrer Variablen (in diesem Fall x) ableiten/differenzieren schreibt man (dein Prüfer) anstelle von f'(x) auch gerne

schreibt man (auch dein Prüfer) anstelle von f'(x) auch gerne  $\frac{df}{dx}$ .

### Beispiele zur Potenzregel zum Nachrechnen:

(Alles was du brauchst steht auf Seite 4)

1. 
$$f(x) = 6x^7 \implies f'(x) = \frac{df}{dx} = 42x^6$$

2. 
$$f(x) = \frac{x^3}{4} = \frac{1}{4} \cdot x^3 \implies f'(x) = \frac{3}{4}x^2$$

3. 
$$f(x) = \sqrt[4]{x^3} = x^{3/4} \implies f'(x) = \frac{3}{4}x^{-1/4} = \frac{3}{4 \cdot \sqrt[4]{x}}$$

4. 
$$f(x) = \frac{6}{x^3} = 6 \cdot x^{-3} \implies f'(x) = -18x^{-4} = -\frac{18}{x^4}$$

### Bitte merken und bei Bedarf direkt und ohne Herleitung anwenden!

$$f(x) = \sqrt{x} \implies f'(x) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$$



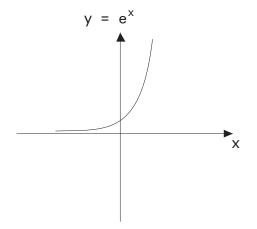
## Der Umgang mit Produkten (die Produktregel)

Wird verwendet, wenn die abzuleitende Funktion f aus einem Produkt zweier differenzierbarer Funktionen besteht:

- So bestimmst du die Ableitung:
  - ("1. Funktion ableiten") mal ("2. Funktion abschreiben") +
  - ("1. Funktion abschreiben") *mal* ("2. Funktion ableiten")

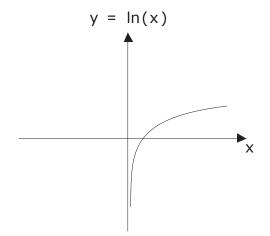
Vor den Beispielen zwei wichtige Funktionen (bitte alle Details merken):

## (1) Die Exponentialfunktion $f(x) = e^x$



- Definitionsbereich: D<sub>f</sub> =IR
- Wertebereich: IR>0
- für  $x \to -\infty$ , geht  $e^x \to 0$
- insbesondere:  $f'(x) = e^x$

## (2) Die natürliche Logarithmusfunktion f(x) = ln(x)



- Definitionsbereich: x > 0
- Wertebereich: IR
- In(1) = 0 insbesondere:

$$f'(x) = \frac{1}{x}$$

### Produktregel:

("1. Funktion ableiten") mal ("2. Funktion abschreiben") +

explain

("1. Funktion abschreiben") *mal* ("2. Funktion ableiten")

### Zwei Beispiele:

1. 
$$f(x) = x^2 \cdot e^x$$
  

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{df}{dx} = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x$$

2. 
$$f(x) = \ln(x) \cdot \sqrt{x}$$
  

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{df}{dx} = \frac{1}{x} \cdot \sqrt{x} + \ln(x) \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$$

## Übrigens:

Lösungen musst du nur dann vereinfachen, wenn dein Prüfer entweder sagt: "Vereinfache soweit wie möglich" oder du dies aus "persönlichen Gründen" gerne tun möchtest.



### **Der Umgang mit Quotienten (die Quotientenregel)**

 Wird verwendet, wenn die abzuleitende Funktion f aus einem Quotienten zweier differenzierbarer Funktionen besteht, d.h :

$$f(x) = \frac{\text{Z\"{a}hler}(Z)}{\text{Nenner}(N)}$$

Dann ist die Ableitung von f gleich:

$$f'(x) = \frac{("Z"ableiten \square "N"abschreiben) - ("Z"abschreiben \square "N"ableiten)}{N^2}$$

### Zwei Beispiele:

(1) 
$$f(x) = \frac{x^2}{\ln(x)} \Rightarrow f'(x) = \frac{2x \cdot \ln(x) - x^2 \cdot \frac{1}{x}}{\left[\ln(x)\right]^2}$$

(2) 
$$f(x) = \frac{e^x}{2x^3} \Rightarrow f'(x) = \frac{e^x \cdot 2x^3 - e^x \cdot 6x^2}{4x^2}$$

#### Auch hier:

Lösungen musst du nur dann vereinfachen, wenn dein Prüfer sagt "Vereinfache soweit wie möglich" oder du dies aus "persönlichen Gründen" gerne tun solltest.

### Der Umgang mit verketteten Funktionen (die Kettenregel)

Die Kettenregel wird verwendet, wenn die abzuleitende Funktion f aus einer Verkettung zweier differenzierbarer Funktionen besteht. Dabei bedeutet Verkettung, eine "Verschachtelung" zweier Funktionen (eine Funktion ist in einer anderen Funktion enthalten, man sagt auch "die innere Funktion ist in der äußeren Funktion enthalten), d.h. z.B.: **Funktion = f (g(x))**.

Die Funktion "g(x)" ist also die Variable von f, "g" heißt dann "innere Funktion" und "f" ist die "äußere Funktion". Die innere Funktion ist also die Variable der äußeren Funktion. Dann sagt man:

Die Funktionen f und g sind verkettet.

Ich erkläre dir die Regel am Beispiel: Gesucht ist die Ableitung der Funktion:

$$f(x) = e^{x^3 - x}$$

Zuerst Hier leitest du eine e-Funktion ab, die beim Ableiten wieder zur

e - Funktion wird : 
$$e^{x^3-x} \rightarrow e^{x^3-x}$$
,

" $x^3 - x$ " ist die innere Funktion. Deren Ableitung lautet " $3x^2-1$ ".

Dann gilt gemäß der Kettenregel:

$$f(x) = e^{x^3-x} \Rightarrow f'(x) = e^{x^3-x} \cdot (3x^2-1)$$

Aber das wusstest du wahrscheinlich schon ....

## 2 weitere Beispiele:

(1) 
$$f(x) = (e^{2x} - x)^3 \Rightarrow f'(x) = 3 \cdot (e^{2x} - x)^2 \cdot (e^{2x} \cdot 2 - 1)$$

(2) 
$$f(x) = \ln(1-x^2) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{1-x^2} \cdot (-2x)$$

## Zum Üben:

Bestimme die Ableitungen der nachfolgenden Funktionen.

(g) und (h) gehen über das Niveau in der Klausur hinaus.

(a) 
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$$

(b) 
$$f(x) = (2x + e^x)^3$$

(c) 
$$f(x) = x \cdot \ln(x+1)$$

(d) 
$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$$

(e) 
$$f(x) = e^{(2x-1)^2}$$

$$(f) f(x) = \frac{3}{x} - \ln(2x) \cdot x$$

$$(g) f(x) = \frac{\ln(2x) - 3x}{e^{3x+1}}$$

(h) 
$$f(x) = \sqrt[3]{(x+1)^2 \cdot e^x}$$

#### Lösungen:

(a) 
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = x^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{df}{dx} = f'(x) = -\frac{1}{3} \cdot x^{-\frac{4}{3}} = -\frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{x^4}}$$

$$\underline{\underline{(b)}} \ f(x) = \left(2x + e^x\right)^3 \Rightarrow f'(x) = 3 \cdot \left(2x + e^x\right)^2 \cdot \left(2 + e^x\right)$$

$$\underline{\underline{(c)}} \ f(x) = x \cdot \ln(x+1) \Rightarrow f'(x) = 1 \cdot \ln(x+1) + x \cdot \frac{1}{x+1} = \ln(x+1) + \frac{x}{x+1}$$

$$\underline{\underline{(d)}} \ \ f(x) = \ \frac{x^2 + 1}{x - 1} \ \ \Rightarrow f'(x) = \ \frac{2x \cdot \left(x - 1\right) - \left(x^2 + 1\right)}{\left(x - 1\right)^2} \ = \ \frac{x^2 - 2x - 1}{\left(x - 1\right)^2}$$

(e) 
$$f(x) = e^{(2x-1)^2} \Rightarrow f'(x) = e^{(2x-1)^2} \cdot 2 \cdot (2x-1) \cdot 2 = (8x-4) \cdot e^{(2x-1)^2}$$

$$\underbrace{\frac{(f)}{m}} f(x) = \frac{3}{x} - \ln(2x) \cdot x \implies f'(x) = -\frac{3}{x^2} - \left(\frac{1}{2x} \cdot 2 \cdot x + \ln(2x) \cdot 1\right) = -\frac{3}{x^2} - 1 - \ln(2x)$$

$$\begin{split} \underline{(g)} \quad f(x) &= \frac{\ln(2x) - 3x}{e^{3x + 1}} \Rightarrow f'(x) = \frac{\left(\frac{1}{2x} \cdot 2 - 3\right) \cdot e^{3x + 1} - \left(\ln(2x) - 3x\right) \cdot e^{3x + 1} \cdot 3}{\left(e^{3x + 1}\right)^2} \\ &= \frac{e^{3x + 1} \cdot \left(\frac{1}{x} - 3 - 3 \cdot \ln(2x) + 9x\right)}{\left(e^{3x + 1}\right)^2} = \frac{\frac{1}{x} - 3 - 3 \cdot \ln(2x) + 9x}{e^{3x + 1}} \end{split}$$

$$\underline{\underline{(h)}} f(x) = \sqrt[3]{(x+1)^2 \cdot e^x} = ((x+1)^2 \cdot e^x)^{\frac{1}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot ((x+1)^2 \cdot e^x)^{-\frac{2}{3}} \cdot \left[ 2 \cdot (x+1) \cdot e^x + (x+1)^2 \cdot e^x \right] = \frac{2 \cdot (x+1) \cdot e^x + (x+1)^2 \cdot e^x}{3 \cdot \sqrt[3]{(x+1)^4} \cdot e^{2x}}$$



#### Abschließend:

Nimm' dir Zeit und stelle sicher, dass du alles verstanden hast. Du schafft dir damit bereits eine hervorragende Voraussetzung für eine erfolgreiche Klausur.

Ich werde noch einmal auf das Thema zurückkommen, wenn wir über die sogenannten "Partiellen Ableitungen" sprechen.



#### Kombinatorik

"Kombinatorik" wird wahrscheinlich eine Aufgabe in deiner Klausur sein. Zumindest ist die Chance dafür recht hoch. Das Thema kann sehr anspruchsvoll sein, aber auch sehr einfach sein.

## Wichtig:

Falls die Klausur eine Aufgabe zum Thema enthalten sollte, dann entscheide schnell inwieweit dir die Aufgabe "liegt" oder ob du zunächst keinen unmittelbaren Ansatz erkennst. Im letztgenannten Fall stelle die Aufgabe zurück und versuch's erst wieder, wenn du mit den anderen Aufgaben nicht mehr weiterkommst.



### Worum geht's?

Zahlen oder Symbole lassen anordnen. Die Kombinatorik beschäftigt sich mit der Frage, wie viele unterschiedliche Anordnungen unter gewissen Voraussetzungen möglich sind.

Die anzuordnenden Elemente werden dabei einer Grundmenge M bestehend aus n Elementen entnommen. Enthält einer Anordnung alle Elemente aus der Bezugsmenge, so spricht man von Vollerhebung (Permutation). Sind in einer Anordnung nicht alle Elemente aus der Bezugsmenge M enthalten, so spricht man von Teilerhebung und unterscheidet dabei zwischen Variation bzw. Kombination, je nachdem ob die Reihenfolge der Elemente innerhalb der Anordnung von Bedeutung ist (Variation) oder eben nicht (Kombination).

Wie viele mögliche Anordnungen es insgesamt gibt, kannst du dem nachfolgenden Netzplan entnehmen. Dort bedeutet n die Anzahl der Elemente aus der Bezugsmenge und k die Anzahl der Elemente in der Anordnung. Die im Netzplan auf der nächsten Seite dargestellte Option "Permutation mit Wiederholung" ist voraussichtlich nicht klausurrelevant, aber das werden wir ja noch sehen.

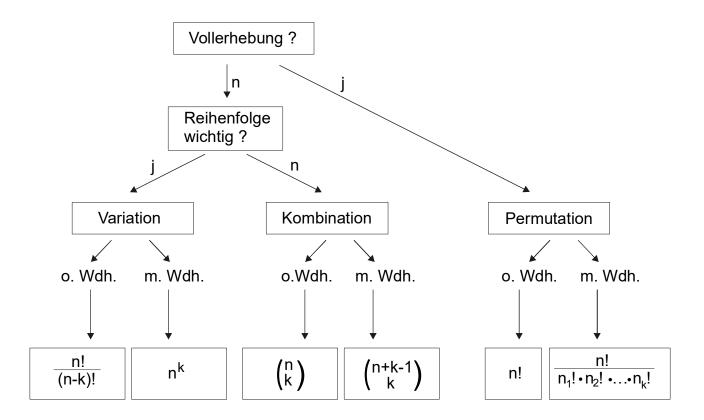
## Übrigens:

n! findest du auf deinem Taschenrechner.

$$egin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix}$$
 berechnest du auf dem Taschenrechner mit der Taste "nCr" und

$$\frac{n!}{(n-k)!}$$
 kannst du mit der "nPr" Taste bestimmen

### **Netzplan Kombinatorik**



## Beispiele zur Navigation durch den Netzplan:

- Beim Pferderennen interessiert der Zieleinlauf aller von 1 bis 8 durchnummerierten Pferde. Die Bezugsmenge lautet dann:
   M = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}. Dann ist (24317865) eine der insgesamt 8! = 40320 möglichen Permutationen ohne Wiederholung, die die Reihenfolge aller Pferde durch das Ziel beschreibt (2 gewinnt usw.).
- 2. Beim selben Pferderennen interessiert nur, welche Pferde die ersten 3 Plätze in welcher Reihenfolge belegen. Dann ist z. B. (256) eine Variation ohne Wiederholung und "2" gewinnt usw.. Dann gibt es  $\frac{8!}{(8-3)!} = 336 \text{ verschiedene Möglichkeiten für die ersten 3 Plätze.}$



- 3. Nur die Sieger der in nachfolgenden Reihenfolge (100m, 200m, 400m) durchgeführten Läufe bei einem Leichtathletikwettbewerb der von 1 bis 8 durchnummerierten Läufer interessiert: Dann ist z.B. (117) eine Variation mit Wiederholung, die den Läufer 1 als Sieger des 100m bzw. 200m Laufs ausweist und den Läufer mit der Nummer 7 als Sieger des 400m Laufs erklärt. Dann gibt es 8³ = 512 verschiedene "Siegervariationen".
- 4. Nur die Sieger der in nachfolgenden Reihenfolge (100m, 200m, 400m) durchgeführten Läufe bei einem Leichtathletikwettbewerb der von 1 bis 8 durchnummerierten Läufer interessiert: Dann ist <u>z.B. (117) eine Variation mit Wiederholung</u>, die den Läufer 1 als Sieger des 100m bzw. 200m Laufs ausweist und den Läufer mit der Nummer 7 als Sieger des 400m Laufs erklärt. Dann gibt es 8³ = 512 verschiedene "Siegervariationen".

WiSo-Uni-Köln |



### Abschließend noch zwei Original-Klausuraufgaben:

### Aufgabe 1:

Für einen Kaffeeklatsch möchte Oma B. 15 Teilchen kaufen. In der Bäckerei stehen ihr von 8 Sorten ausreichende Mengen zur Auswahl zur Verfügung.

- (a) Wie viele Möglichkeiten hat sie, wenn sie beliebig auswählt?
- (b) Wie viel Möglichkeiten hat sie, wenn sie von 5 verschieden Sorten jeweils genau 3 Teilchen kaufen möchte?

### Detaillierte Lösung:

(a) Die Bezugsmenge lautet  $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ . Dabei drücken die Zahlen die verschiedenen Teilchensorten aus. Oma B. wählt 15 Teilchen aus. Da es nur 8 verschiedene Teilchen gibt müssen "Wiederholungen" dabei sein, die Reihenfolge, mit der Oma B. auswählt spielt dabei aber keine Rolle, da es nur wichtig ist, welche Teilchen Oma B. letztendlich einkauft.

Gemäß Netzplan liegt insofern eine Kombination mit Wiederholung mit n = 8 und k=15 vor. Die entsprechende Berechnungsformel mit bereits eingesetzten Zahlen lautet:

$$\binom{8+15-1}{15} = \binom{22}{15} = 170544$$
.

Oma B. hat demnach 170544 "Einkaufsoptionen"

(b) Oma B. wählt von den 8 verschiedenen Sorten zunächst genau 5 Sorten aus. Die Anzahl der Möglichkeiten, die sie dazu hat (Kombination ohne Wdh.)



beträgt 
$$\binom{8}{5} = 56$$
.

Die Teilchen einer Sorte werden per Aufgabenstellung nicht weiter unterschieden und können daher als identisch angenommen werden.

Aus kombinatorischer Sicht, spielt es daher keine Rolle, welche 3 Teilchen einer Sorte die Verkäuferin an Oma B. verkauft. Die Anzahl der Möglichkeiten beträgt insofern 56.

#### Aufgabe 2:

Bei einem Elfmeterschießen im Fußball bestimmt der Trainer einer Mannschaft 5 aus 10 Feldspielern.

- (a) Wie viele Möglichkeiten hat der Trainer, fünf unterschiedliche Schützen inklusive der Reihenfolge, in der sie antreten, auszuwählen?
- (b) Wie viele Möglichkeiten hat der Trainer die Reihenfolge der fünf Schützen festzulegen, wenn bereits alle 5 Schützen feststehen?

## Detaillierte Lösung:

(a) Die Bezugsmenge lautet M = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}. Dabei drücken die Zahlen die verschiedenen Schützen aus. Der Trainer wählt nun 5 unterschiedliche (also keine Wiederholungen) Spieler in der Reihenfolge aus, in der sie schießen sollen (Reihenfolge gemäß Aufgabenstellung wichtig). Laut Netzplan liegt dem Vorgang dann eine Variation ohne Wiederholung mit n= 10 und k= 5 zugrunde. Die entsprechende Berechnungsformel mit bereits eingesetzten Zahlen lautet:

$$\frac{10!}{(10-5)!} = \frac{10!}{5!} = 30240.$$

Der Trainer hat demnach 30240 Entscheidungsoptionen.



(b) Die bereits ausgewählten 5 Schützen werden durchnummeriert und bilden die Bezugsmenge M = {1, 2, 3, 4, 5}. Es geht nur noch um die Reihenfolge der Schützen. Dann sind z. B. (12345) bzw. (31254) zwei dieser möglichen verschiedenen Reihenfolgen. Laut Netzplan liegt dann eine Permutation (ohne Wdh.) vor. Die Anzahl der möglichen Anordnungen beträgt 5! = 120. Der Trainer hat demnach 120 Entscheidungsoptionen.



## **Finanzmathematik**

Die Finanzmathematik beschäftigt sich mit der Planung, Kalkulation & Abwicklung finanztechnischer Abläufe wie z.B. Verzinsung, Verrentung, Darlehen und Kredite.